ÉLOGE HISTORIQUE

DE

NICOLAS-J. LOBATCHEVSKY

PRONONCÉ

dans la Séance solennelle de l'Université impériale de Kazan
le 22 octobre 1893

PAR M. LE PROFESSEUR A. VASSILIEF

PRÉSIDENT DE LA SOCIÉTÉ PHYSIQUE ET MATHÉMATIQUE DE KAZAN

TRADUIT DU RUSSE PAR M^lle^ A. FICHTENHOLTZ

PARIS

LIBRAIRIE SCIENTIFIQUE A. HERMANN,

LIBRAIRE DE S. M. LE ROI DE SUÈDE ET DE NORVÈGE,

8 — rue de la Sorbonne — 8

1896

ÉLOGE HISTORIQUE

DE

NICOLAS-J. LOBATCHEVSKY

PRONONCÉ

dans la Séance solennelle de l'Université impériale de Kazan
le 22 octobre 1893

PAR M. LE PROFESSEUR A. VASSILIEF
PRÉSIDENT DE LA SOCIÉTÉ PHYSIQUE ET MATHÉMATIQUE DE KAZAN

TRADUIT DU RUSSE PAR M[lle] A. FICHTENHOLTZ

La vie si noble et si honorable de l'homme dont nous célébrons aujourd'hui la mémoire est indissolublement liée à l'histoire de l'Université de Kazan dans les cinquante premières années de son existence. A chaque page de cette histoire, et nous citons ici textuellement le discours prononcé sur sa tombe, on retrouve mentionné avec reconnaissance et vénération le nom de Nicolas Lobatchevsky.

Lobatchevsky entra dans notre Université au moment même de sa fondation. Le 5 novembre 1804 furent signés les statuts de l'Université de Kazan, et le 9 novembre 1807 on lisait, sur la liste des élèves du lycée admis à suivre les cours des professeurs et de leurs auxiliaires, le nom de Nicolas Lobatchevsky, précédé de la mention *dignus*.

Les premières années de notre Université, avec lesquelles coïncidèrent les années universitaires de Lobatchevsky, présentent beaucoup de chaos, de désarroi et d'irrégularités.

L'Université fut ouverte sans ressources affectées à l'enseignement. Il y manquait la division des facultés qui devaient la composer, et cette lacune nuisait certainement au progrès des études.

En revanche, dans cette jeune Université, récemment fondée sur un sol à demi-barbare, dans cette *ultima Musarum Thule,* comme l'appelèrent les premiers professeurs allemands qui y étaient arrivés, un profond amour de l'étude et une ardente soif de savoir s'emparèrent de la jeunesse universitaire.

Le premier professeur de mathématiques, Bartels, se souvint longtemps encore, avec regret, pendant son séjour à Dorpat, de ses élèves de Kazan, si merveilleusement doués.

A cette ardeur pour le travail s'ajoutait, comme nous l'atteste un des premiers pupilles de notre Université, S. T. Aksakof, dans sa *Chronique de famille,* un mépris profond pour tout ce qui était bas et vil, et un ardent respect pour tout ce qui est honnête et noble, fût-ce même une utopie.

L'esprit de cette jeunesse universitaire que nous constatons dans les actes des jeunes années de Lobatchevsky parvenus jusqu'à nous, correspond à l'esprit général de cette époque, que Pouchkine appelait « le sublime commencement des jours d'Alexandre », époque que rappelait à notre souvenir le beau tableau placé dans notre Salle des Actes, et sur lequel le jeune héritier de la couronne est représenté dans tout le charme de sa beauté, accordant la charte à l'Université de Kazan, devant le buste de sa grand'mère Catherine II, à laquelle il semble obéir.

Il y a peu de périodes dans l'histoire de la civilisation russe qui soient aussi brillantes et aussi fécondes que cette époque où l'État, se mettant à la tête du mouvement intellectuel de notre pays, élabore le programme général de l'instruction publique, qui, d'après Karamzine, « fut un titre de gloire non seulement pour la Russie et le tsar, mais pour le siècle tout entier. » La Russie contribue au développement de l'étude de la littérature étrangère; elle rétablit l'Académie russe, fonde de nouvelles universités et y attire les plus grands savants étrangers.

A cette activité de l'État vient s'ajouter l'initiative privée. Des dons sont offerts, avec un élan tout spontané, dans le but de favoriser le développement de l'instruction. C'est à cette époque que se rapportent les donations de Demidof pour les universités futures, celle de la noblesse de Kharkof, celle du comte N.-P. Roumiantsef.

L'enthousiasme en faveur de la littérature et des sciences porta ses fruits. C'est ainsi que nous devons aux premières années de ce siècle notre immortel poète national Pouchkine; nous lui devons aussi le mathématicien génial dont nous honorons aujourd'hui la mémoire.

Mais si le milieu extérieur exerce une grande influence sur les jeunes gens qui entrent dans la vie, l'influence immédiate des maîtres et des premiers guides dans leurs travaux intellectuels n'est pas moins importante.

Nous sommes donc obligés, en ce jour où nous célébrons la mémoire de Lobatchevsky, de rappeler avec reconnaissance ses maîtres, et tout d'abord la figure vénérée du premier professeur de mathématiques de notre Université, Bartels, dont la protection fut d'un si grand secours à cette nature si spontanée, si fougueuse dans sa jeunesse.

Jean-Martin-Christian Bartels (n. 1769) occupe une place prééminente dans l'histoire des mathématiques du XIX^e^ siècle. Il eut la bonne fortune d'être non seulement le professeur et le protecteur de Lobatchevsky, mais aussi de celui des savants de ce siècle qui, plus que tout autre, imprima son caractère au développement des mathématiques, de l'illustre Gauss.

Pour pouvoir vivre, Bartels dut se faire, à seize ans, l'aide d'un maître d'école privée de Brunswick, et pour une faible rémunération il taillait les plumes aux élèves et les aidait dans leurs devoirs d'écriture. Au nombre de ces élèves se trouvait alors Gauss, âgé de huit ans; les aptitudes pour les mathématiques de cet enfant génial attirèrent l'attention de Bartels.

Malgré leur différence d'âge, il s'établit entre eux une étroite amitié; ensemble, ils étudièrent les ouvrages de mathématiques; ensemble, ils se mirent à résoudre des problèmes.

Bartels prit plus d'une fois Gauss sous sa protection. Celui-ci admirait son caractère noble et généreux, et il en conserva jusque dans ses dernières années un souvenir reconnaissant.

Bartels était lui-même un excellent mathématicien. Ses leçons : *Vorlesungen über mathematishe Analyse*, éditées à Dorpat en 1833, occupent un rang élevé dans la littérature allemande des mathématiques; elles se distinguent par la rigueur des démonstrations et la clarté de l'exposition.

D'après une tradition, on rapporte qu'à cette question posée à Laplace : Quel est le plus grand mathématicien de l'Allemagne? il répondit : « C'est Bartels, car Gauss est le plus grand mathématicien de l'univers. »

Grâce à Bartels, l'enseignement des mathématiques à l'Université de Kazan fut immédiatement au niveau de celui des meilleures universités d'Allemagne. Tous les ouvrages classiques de cette époque, comme : *le Calcul différentiel et intégral* d'Euler, *la Mécanique analytique* de Lagrange, *l'Application de l'analyse à la géométrie* de Monge, *les Disquisitiones arithmeticæ* de Gauss, furent interprétés par Bartels.

D'après les notes qu'il nous a laissées, il professa l'histoire des mathématiques et exposa à ses auditeurs le tableau grandiose des progrès de l'esprit humain dans ce domaine de la science.

Lobatchevsky venait d'obtenir (10 juillet 1811) le titre de licencié (magister) « pour ses progrès extraordinaires et ses aptitudes non moins remarquables pour les sciences mathématiques et physiques », ainsi que pour sa thèse : *Théorie du mouvement elliptique des corps célestes*. Il travaillait quatre heures par semaine chez Bartels. Il étudia avec lui les *Disquisitiones arithmeticæ* et le premier volume de la *Mécanique céleste* de Laplace. Le résultat de ces études fut la thèse présentée par Lobatchevsky en 1813, intitulée : *De la résolution de l'équation algébrique* $X^n - 1 = 0$, où Lobatchevsky s'occupe de l'abaissement du degré de l'équation binôme quand l'exposant, diminué d'une unité, est divisible par 4.

Une des fonctions du licencié Lobatchevsky était « de prêter son concours à Bartels comme professeur de mathématiques pures, et d'expliquer à ses élèves tout ce qu'ils ne comprenaient pas ». Il est évident que des relations très intimes durent exister entre ces deux hommes. Non moins étroite fut l'intimité de Lobatchevsky avec Bronner, professeur de physique de l'Institut pédagogique, où les jeunes licenciés étaient forcés d'entrer pour se perfectionner.

C'est une personnalité bien singulière que ce Bronner, qui avait beaucoup vécu et beaucoup pensé : tantôt moine catholique, tantôt « illuminé », tantôt auteur d'idylles, tantôt mécanicien et physicien, ou bien encore historien et statisticien du canton d'Aargau, où il finit sa vie orageuse, — admirateur enthousiaste des idées de Rousseau et de la Révolution française, en même temps que de la *Critique de la raison pure* de Kant, — il devait exercer une sorte de fascination sur ses élèves, et sa large éducation philosophique a, sans doute, beaucoup contribué au développement intellectuel de Lobatchevsky et de ses collègues.

Après Bartels et Bronner, Lobatchevsky, encore étudiant, eut pour professeurs Renner et Littrof, qui venaient d'arriver à Kazan.

L'ex *privat-docent* de l'Université de Gœttingue, Gaspard Frédéric Renner, excellent mathématicien et latiniste, se révèle à nous, à en juger d'après les souvenirs qui en sont restés, de la façon la plus attrayante; c'était un homme à qui on pourrait parfaitement appliquer le vers bien connu de Pouchkine : « Ame ingénieuse de Gœttingue ».

Quant à Littrof, astronome célèbre, d'une grande érudition, admirateur de la philosophie de Schelling, il éleva l'enseignement de l'astronomie dans notre Université au niveau de celui des mathématiques. Sous sa direction, Lobatchevsky, ainsi que son collègue M. Simonof, observèrent la comète de 1811, et la communication faite par Littrof de ces observations dans les *Nouvelles de Kazan*, 1811, n° 21, est la première trace imprimée des travaux scientifiques de Lobatchevsky.

C'est dans cette brillante atmosphère intellectuelle que se forma la jeunesse de Lobatchevsky, que reflète son remarquable discours *Sur les objets les plus importants de l'éducation;* c'est à cette source qu'il a puisé son désir insatiable de posséder un savoir multiple. L'indépendance de son esprit, nécessaire pour douter de la véracité de l'axiome admis par tout le monde pendant deux mille ans et consacré par l'autorité d'Euclide, son ardent amour pour la vérité scientifique, lui permirent de poursuivre le développement de ses idées grâce à une persistance obstinée, en dépit de l'indifférence ou de l'ironie de ses contemporains. Lobatchevsky fut-il redevable de quelque chose de plus à ses maîtres, et en particulier à Bartels? Lui doit-il le choix de son sujet d'étude préféré, qui le rendit célèbre, — de la question des principes de la géométrie? — Ce point restera probablement une énigme; mais, quel que soit notre enthousiasme patriotique, l'amour de la vérité nous force à signaler la possibilité de l'influence de Gauss sur Lobatchevsky par l'intermédiaire de Bartels.

Le grand mathématicien allemand avait déjà publié en 1816 et 1822 des critiques sur quelques essais tendant à démontrer le postulat d'Euclide; et la conviction, catégoriquement exprimée dans ces critiques, sur l'inutilité de toutes les tentatives faites pour combler cette lacune de la géométrie, ne nous permet pas de douter de l'affirmation de Gauss, contenue dans sa lettre à Schumacher (en 1846), qu'il avait entrepris en 1792 de fonder une géométrie différente de celle d'Euclide.

L'époque où se manifeste cette opinion de Gauss fut aussi celle de son étroite amitié avec Bartels, amitié qui avait commencé en 1785, alors que Bartels était âgé de seize ans et Gauss de huit ans seulement.

Leurs relations amicales continuèrent jusqu'en 1807, date du départ de Bartels pour Kazan. A part un intervalle très court, ils vécurent sans se séparer à Brunswick, où ils obtinrent tous deux une bourse du duc de Brunswick, qui se proposait de construire un observatoire dont Gauss eût été le directeur, et de fonder une école supérieure de mathématiques avec Gauss et Bartels pour professeurs. Leurs noms étaient tellement liés, qu'ils reçurent en même temps des lettres du secrétaire perpétuel de l'Académie de Saint-Pétersbourg, Fuss, proposant à Gauss la place de directeur de l'Observatoire de Saint-Pétersbourg, et à Bartels celle de professeur à Kazan.

Il y a donc lieu de croire que Gauss a communiqué ses idées relatives à la question des parallèles à son maître et ami Bartels (1).

Bartels pouvait-il s'abstenir de faire part de ces opinions intéressantes et hardies de Gauss à un élève de Kazan aussi bien doué que Lobatchevsky? En dehors de cette hypothèse, il y a lieu également de signaler d'autre part quelques-uns des motifs qui poussèrent Lobatchevsky à s'occuper des principes de la géométrie et de la théorie des parallèles. Tout d'abord il faut tenir compte de l'intérêt qui s'attachait à cette théorie, déjà admise par les mathématiciens grecs (Proclus et Ptolémée), ainsi que par les Arabes (Nassir-Eddin), et que l'on

(1) Une lettre de Gauss, adressée à un autre de ses collègues, Wolfgang Bolyai, père de Jean Bolyai, l'auteur de l'ouvrage *Appendix scientiam spatii absoluti veram exhibens* (1832), est parvenue jusqu'à nous. Dans cette lettre, écrite en 1799, qui se trouve dans le discours du professeur Schering (V. Schering, *Gedaechtnissrede zum 100 j. Geburtstage von Gauss*, p. 7, 1877), Gauss a exposé les principes de la géométrie indépendante du postulat d'Euclide. « On peut, écrit-il, fonder une géométrie qui ne contienne pas l'axiome des parallèles. Si nous admettons, toutefois, que la surface d'un triangle est plus grande que toute limite donnée, la géométrie d'Euclide est démontrée; dans le cas contraire, nous arrivons à une autre géométrie. »

retrouve dans les XVI^e^-XVIII^e^ siècles en Europe ; du désir intense de démontrer le *postulatum* d'Euclide, qui s'éveilla à la fin du XVIII^e^ et au commencement du XIX^e^ siècle. C'est ainsi que dans l'espace d'une année, en 1786, parurent sept traités consacrés à la question des parallèles. En 1794 fut publiée la première édition du célèbre *Manuel de géométrie* de l'illustre mathématicien français Legendre, contenant une démonstration du postulat d'Euclide, fondée sur la loi de l'homogénéité (1).

Par cette démonstration, Legendre commença la série de ses remarquables travaux sur la théorie des parallèles, parus en partie dans un grand nombre de nouvelles éditions de son manuel, en partie dans des traités spéciaux. Il tenta, pour ainsi dire, toutes les voies pour arriver à la solution de cette question si difficile, et il employa toute la force de son esprit à donner une démonstration du postulat d'Euclide qui fût à l'abri de toute contestation.

Ces travaux de Legendre augmentèrent, à leur tour, l'intérêt qui s'attachait à l'étude des parallèles.

Dans les vingt-cinq ans qui précédèrent l'apparition du premier ouvrage de Lobatchevsky, il ne se passe pas d'année sans qu'il paraisse un ou plusieurs essais sur cette théorie. Rien qu'en langues française et allemande, on connaît près de trente ouvrages imprimés entre 1813 et 1827. Quelques-uns de ces traités existent encore dans notre bibliothèque et ont été acquis, ainsi que le montre le catalogue, aux frais de Lobatchevsky lui-même (2).

Les tentatives infructueuses pour démontrer le postulat d'Euclide poussèrent Gauss, en 1816, à émettre ainsi son opinion : « Il y a peu de problèmes dans le domaine des mathématiques sur lesquels on ait autant écrit que sur cette lacune du commencement de la géométrie. Il ne se passe pas

(1) *Nouvelle Théorie des parallèles.* Paris, 1803.

(2) Hessling, *Versuch einer neuen Theorie der Parallellinien,* 1818.

Luedicke, *Versuch einer neuen Theorie der Parallellinien im Zusammenhange mit den Grundlehren der Geometrie dargestellt,* 1819.

d'année où l'on ne constate des efforts pour la combler. Or, à parler franc, nous ne sommes pas beaucoup plus avancés aujourd'hui que ne l'était Euclide il y a deux mille ans. Un aveu franc et loyal nous paraît être plus digne de la science qu'un essai infructueux fait dans le but de dissimuler, sous un réseau de démonstrations qui ne se tiennent pas, une lacune qu'il est impossible de combler. »

Cet insuccès de tant d'efforts a pu, en dehors de l'influence de Gauss et de Bartels, amener Lobatchevsky à étudier, en même temps que la géométrie fondée sur le postulat d'Euclide, une géométrie basée sur un système différent et indépendant de ce postulat.

Un savant Jésuite italien, Saccheri (1), avait aussi donné, dans la première moitié du XVIIIe siècle, une solution de cette question se rapprochant beaucoup de celle qui a été si brillamment exposée par Lobatchevski.

A peu près en même temps que Lobatchevsky, Jean Bolyai, fils de Wolfgang Bolyai, l'ami de Gauss, publia une géométrie différente de celle d'Euclide.

De plus, la philosophie de cette époque portait à douter de la réalité des axiomes géométriques.

L'époque à laquelle Lobatchevsky entreprit son œuvre origi-

(1) Sur Saccheri comme précurseur de Lobatchevsky, voir mon article dans le *Bulletin de la Société physique et mathématique de Kazan*. Dans ces dernières années, les mathématiciens ont porté leur attention sur quelques autres ouvrages où l'on retrouve encore cette même notion d'une géométrie différente de celle d'Euclide. C'est ainsi qu'appartient à Lambert, philosophe et mathématicien fort connu, le mémoire publié dans le *Leipziger Magazin für reine und angewandte Mathematik* (1786) : *Zur Theorie der Parallellinien*. Dans ce mémoire, Lambert parle de l'impossibilité de *démontrer le théorème des parallèles et de la sphère imaginaire;* il affirme qu'il existe une unité de *longueur absolue* pour un espace dont les angles ont une somme inférieure à deux angles droits. Et Taurinus, dans sa *Theorie der Parallellinien*, dit : « L'idée d'une géométrie dans laquelle la somme des angles d'un triangle est plus petite que deux droits m'a été communiquée il y a quatre ans par mon oncle, prof. S. (*a*) à K., habitant encore M.; elle ne m'a pas satisfait à cette époque et me satisfait encore moins aujourd'hui. »

(*a*) Il s'agit, probablement, d'après Semikolenof, auteur des études sur la géométrie de Lobatchevsky, du prof. Scheikart, dont Gauss fait mention dans sa lettre à Schumacher (*Principes de géométrie*, édition de la Société physique et mathématique de Kazan).

nale, en y apportant l'ardeur de sa jeunesse et de son aspiration vers la gloire, a été un point culminant dans l'histoire de la pensée humaine. Elle nous apparaît, comme l'a dit si éloquemment Helmholtz dans son discours [1], « comme une époque riche en dons de l'intelligence, en enthousiasme, en énergie, en espérances idéales et en pensées créatrices. » C'est cette époque même qui donna comme but fondamental de toute science le problème de la théorie de la connaissance : « Quelle est la vérité? Jusqu'à quel point nos conceptions répondent-elles à la réalité? »

Kant a beaucoup contribué à provoquer des recherches dans cette voie par sa *Critique de la Raison pure* et par sa doctrine de l'espace qui y est contenue.

Le grand philosophe de Kœnigsberg a résolu plusieurs fois pendant sa vie et de différentes manières, le problème de la réalité de l'espace.

Dans son premier ouvrage : *Gedanken ueber die wahre Schaetzung der lebendigen Kraefte* (1746), Kant, âgé de vingt-deux ans, souleva, avec toute la hardiesse de sa jeunesse, la question de la cause des trois dimensions de l'espace; il la voyait dans ce fait que notre âme reçoit ses impressions en raison inverse du carré de la distance, conformément à la loi de l'attraction découverte par Newton.

Plus tard, dans la période où, se trouvant sous l'influence de Newton, il écrivit l'*Histoire naturelle générale du ciel,* il partagea ses opinions sur l'espace, qui existe objectivement, qui précède toutes choses et qui les renferme. Dans son traité, intéressant pour les géomètres : *Von dem ersten Grunde des Unterschieds der Gegenden im Raum*, il se fonda sur l'existence de deux corps symétriques pour montrer que l'espace absolu a sa propre réalité, non seulement indépendamment de l'existence d'une matière quelconque, mais comme condition nécessaire de cette existence.

---

[1] *Ueber die Thatsachen in der Wahrnehmung.*

Toutefois, deux ans après, dans son ouvrage : *De mundi sensibilis atque intelligibilis forma atque principiis* (1770), Kant exposa sa doctrine de l'espace existant *a priori*, précédant toute expérience, comme forme complètement subjective de notre intuition. C'est là une des doctrines principales de la *Critique de la Raison pure.*

L'opinion de Kant sur les axiomes de la géométrie y est exprimée avec une netteté absolue.

Kant se base sur ce fait évident que les axiomes nous paraissent être nécessairement vrais et que nous ne pouvons même pas nous figurer un espace ne possédant pas les propriétés qui sont formulées par ces axiomes, pour établir qu'ils existaient avant toute expérience et que, par suite, l'espace est une forme transcendante de l'intuition, indépendante de l'expérience.

Cette doctrine de Kant, contraire à celle de Locke, Condillac et des autres sensualistes, eut un grand nombre d'adversaires (1).

C'est ainsi que Gauss s'est prononcé plusieurs fois contre elle ; il exprimait cet avis, que les principes de la géométrie ne nous apparaissent pas avec le caractère de nécessité absolue (et, par conséquent, de vérité certaine) que doit présenter la science des quantités. « Nous devons avouer humblement que, si le nombre n'est que le produit de notre esprit, l'espace possède, en dépit de lui, une réalité à laquelle nous ne pouvons, *a priori*, dicter des lois (2). »

En Russie, la doctrine de l'espace de Kant fut combattue dans la première année universitaire de Lobatchevsky par un autre savant mathématicien russe du commencement de ce siècle, le professeur de l'Université de Kharkof, T. Ossipovsky,

(1) Un de ses adversaires fut P.-A. Adam Weishaupt, fondateur bien connu de l'ordre des « Illuminés », comme le montre son ouvrage : *Zweifel ueber die kantischen Begriffe von Zeit und Raum.* Nuernberg, 1788. (Sur Weishaupt, v. mon livre *Bronner et Lobatchevsky;* deux épisodes de la vie des premiers professeurs de Kazan. 1893.)

(2) *Briefwechsel zwischen Gauss und Bessel.* Leipzig, 1880, p. 497.

traducteur de la *Logique* de Condillac. Dans son discours *Le temps et l'espace,* Ossipovsky, se plaçant à un point de vue sensualiste, se prononce catégoriquement pour l'objectivité de l'espace : « L'espace et le temps sont les conditions d'être des choses. Ils existent dans la nature par eux-mêmes et non pas seulement dans notre imagination. La conception de l'espace provient des impressions de nos sens extérieurs sur nos sentiments intérieurs. »

On ne peut donc supposer qu'un érudit comme Lobatchevsky soit resté indifférent à ces questions qui agitaient les esprits de son époque. En effet, par ses investigations géométriques et par sa démonstration de la possibilité d'une géométrie strictement logique, différente de celle d'Euclide, il répondait victorieusement à la question posée par Kant.

A la solution donnée dans la *Critique de la Raison pure,* Lobatchevsky en opposa une autre, consistant à regarder un des principes indispensables de la géométrie, le postulat d'Euclide, comme une loi physique, une « Donnée empirique » et il cherche à l'établir par des observations astronomiques.

Lobatchevsky formula de la façon la plus nette sa pensée géniale à la première page de ses *Nouveaux Principes :* « On ne peut encore déduire de la géométrie le principe qu'on a voulu démontrer et que peuvent seules vérifier, d'une manière analogue à celle des autres lois physiques, les expériences, les observations astronomiques par exemple. » Cette pensée est directement opposée à l'opinion suivant laquelle notre notion de l'espace serait une notion absolue qu'il n'y a pas lieu de vérifier par l'expérience.

A cette doctrine de l'espace qui formait une des pierres angulaires de la *Critique de la Raison pure,* Lobatchevsky porta un coup décisif.

On croyait pouvoir affirmer jusqu'alors que ne sachant rien de la substance des choses qui se produisent dans la nature, ne voyant que les phénomènes et ne connaissant pas « ces choses en elles-mêmes », nous avions, en géométrie du moins, une notion absolue de l'espace, qu'il avait les mêmes propriétés ici et là, aujourd'hui, hier et demain.

Après Lobatchevsky, un géomètre quelconque, trouvant également logique la formule de l'espace donnée par Euclide, celle donnée par Lobatchevsky, celle, aussi, qui est connue sous le nom de Riemann, n'affirmera pas qu'il perçoit les propriétés de l'espace à une grande distance de nous, ni qu'il sait quelles ont été ces propriétés, pas plus qu'il ne sait quelles sont celles qu'il aura.

Après les recherches de Lobatchevsky, de même qu'à la suite de la découverte de Copernic, l'horizon intellectuel de l'humanité devient infiniment plus vaste.

Après Copernic, les hommes qui croyaient avoir une notion absolue du cosmos, ayant en son centre la terre entourée de sphères cristallines et concentriques, se sont trouvés, inopinément, habiter un grain de sable insignifiant dans l'immense océan des mondes. Y a-t-il une limite à cet océan? Quelle est-elle? Telles sont les questions posées par le système de Copernic. Les investigations de Lobatchevsky introduisirent dans la philosophie de la nature un problème de non moindre importance, celui des propriétés de l'espace. Sont-elles les mêmes ici que dans ces mondes éloignés d'où la lumière arrive jusqu'à nous après des centaines de mille et des millions d'années?

Sont-elles les mêmes maintenant qu'elles étaient lorsque le système solaire se forma des débris de la nébuleuse? Et que seront-elles lorsque l'univers se rapprochera de l'état correspondant à une distribution de l'énergie partout égale, état dans lequel les physiciens voient la fin des évolutions du monde?

On voit comment s'établit un parallèle entre Copernic et Lobatchevsky, parallèle mis en lumière pour la première fois par Clifford (1) dans sa *Philosophy of the pure sciences* et consacré depuis par l'autorité d'un grand nombre de savants.

Le surnom de « Copernic de la géométrie », deux fois flatteur

---

(1) *Lectures and Essays*. London, 1866.

pour un cœur slave, est appliqué à Lobatchevsky par le grand savant anglais Sylvester (1).

En affirmant la relativité de nos notions de l'espace, Lobatchevsky nous indique, en même temps, la voie à suivre pour les acquérir et les étendre : c'est la voie expérimentale.

Sous ce rapport, il se présente comme continuateur de l'œuvre des grands savants et philosophes : Bacon, Descartes, Galilée et Newton, qui, laissant de côté les considérations *a priori*, commencèrent à interroger la nature, sachant, comme l'a dit Lobatchevsky, qu'elle répond toujours et d'une manière satisfaisante (2).

Les investigations de Lobatchevsky sont le développement de l'idée émise par Newton dans la préface de ses *Principia*, idée qui consiste à regarder la géométrie comme une partie de la mécanique :

« *Fundatur igitur geometria in praxi Mechanica et nihil aliud est quam Mechanicae universalis pars illa quae artem mensurandi proponit ac demonstrat.* »

Pendant toute la période de son activité scientifique, Lobatchevsky nous apparaît comme un représentant parfait de la clarté de l'esprit russe. aspirant à l'évidence des faits et préférant aux indications douteuses d'un sentiment intérieur et aux méditations métaphysiques la vérité scientifique basée sur l'expérience.

Lobatchevsky a exprimé plusieurs fois ses opinions sur la philosophie de la nature.

« Dans la nature, dit-il, nous ne connaissons, à proprement parler, que le mouvement, sans lequel les impressions deviennent impossibles. Toutes les autres notions, les notions géométriques, par exemple, ont été produites artificiellement par notre esprit et sont tirées des propriétés du mouvement. C'est

---

(1) *I cordially join with you in the hope that our English mathematicians may not be wanting in the manifestation of an honour due to your illustrious compatriot, the Copernicus of Geometry (From a letter of prof. Sylvester to the author of the address).*

(2) Adresse sur les objets principaux de l'éducation, *Nouvelles de Kazan.*

pourquoi l'espace, pris séparément (1), n'existe pas pour nous.

« Les premières données seront incontestablement les notions que nous acquérons dans la nature au moyen de nos sens ; la raison peut et doit les réduire au plus petit nombre possible pour qu'elles servent ensuite de base solide à la science. » *(Nouveaux Principes de géométrie.)*

Lobatchevsky a encore montré ses tendances vers la méthode expérimentale dans son remarquable discours : *Sur les principaux objets de l'éducation :*

« Les mathématiciens ont découvert les méthodes directes pour arriver à la vérité. Mais il n'y a pas longtemps que nous les utilisons. Elles nous ont été indiquées par l'illustre Bacon. « Cessez, disait-il, de faire des efforts inutiles, en tâchant de » tirer toute science de la raison ; interrogez la nature, elle ren- » ferme toutes les vérités et répondra infailliblement et d'une » manière satisfaisante à vos questions. » Enfin, le génie de Descartes mit heureusement en œuvre cette idée et c'est à lui que nous devons de voir aujourd'hui presque complètement dissipées les ténèbres dont une scholastique surannée avait autrefois rempli nos universités. »

Comme on le voit, Lobatchevsky en rejetant celui des postulats d'Euclide que Kant considérait comme une vérité nécessaire, en montrant la possibilité de fonder une géométrie en dehors de ce postulat et en insistant sur la vanité de tous les efforts tentés pour démontrer ce dernier, n'obéissait pas au caprice d'un esprit qui veut se singulariser comme le pensèrent la plupart des mathématiciens de son temps.

Le problème résolu par Lobatchevsky était le problème mis à l'ordre du jour par les mathématiciens et les philosophes de son époque.

Or, pour l'entrevoir, il a fallu le génie de Gauss et de Lobat-

---

(1) Il me semble que le mot « séparément » veut dire ici « indépendamment du mouvement et des dimensions ». La question des propriétés de l'espace paraît coïncider alors avec la science des mesures. Cette pensée est à la base des idées de Cayley et de Klein, dont nous parlerons plus loin, sur la géométrie de Lobatchevsky.

chevsky, et pour le mener à bien, il fallait la persévérance et l'assiduité de ce dernier.

Pour nous autres, ce sera toujours un sujet de pieuse admiration et de joie patriotique de voir qu'un tel problème, posé par les penseurs des nations civilisées de l'Europe, ait été résolu par un savant qui a vécu à Kazan, loin de tout centre intellectuel, sans jamais quitter la Russie, sans s'être jamais trouvé en communication immédiate avec les philosophes et les géomètres de l'Europe occidentale.

Les recherches auxquelles il se livra pour instituer une géométrie indépendante de celle d'Euclide, la *Géométrie de Lobatchevsky*, furent faites à une époque de la vie de l'université de Kazan qui est liée au nom de Magnitsky.

Cette époque ne protégea pas les travaux de science pure. Mais, pendant que le collègue de Lobatchevsky, le professeur Nikolsky, entraîné par le courant qui dominait alors, cherche en son ouvrage : *De l'Utilité des Mathématiques,* des interprétations mystiques des vérités mathématiques, Lobatchevsky, qui dans ses travaux avait en vue la vérité scientifique seule, y trouve le repos et l'oubli du sombre présent.

On a découvert dans les archives de l'Université de Kazan un ouvrage intéressant, qui montre que les travaux de Lobatchevsky sur l'exposition systématique de la géométrie ont commencé avant 1823. Dans cette même année, il présenta à Magnitsky, pour le faire imprimer aux frais de l'État, comme livre classique, un manuel de géométrie qu'il venait d'écrire.

Magnitsky le fit parvenir à l'académicien Fuss, qui jugea ce livre très sévèrement : « Si l'auteur croit qu'il peut servir de manuel, il montre par là qu'il n'a pas la notion exacte de ce que l'on doit exiger d'un ouvrage de ce genre, c'est-à-dire du rôle capital des principes géométriques qui servent de fondement à la première partie de cette science, des méthodes mathématiques, de la nécessité des définitions précises et claires de toutes les notions, d'un classement logique et mathématique des sujets, d'une graduation nécessaire des principes géométriques, d'une rigueur indispensable et autant que possible parfaitement géométrique dans les démonstrations. De toutes ces qualités requises, il n'y a pas la moindre trace dans la géométrie que je viens d'examiner. »

Conformément à l'esprit et à la manière de voir de son correspondant, Fuss s'indigne surtout de ce que l'auteur prend le « mètre » pour unité de mesure des lignes droites, et pour unité de mesure des arcs la centième partie du quart de la circonférence, sous le nom de « degré ».

« On sait, écrit-il, que cette division a été imaginée au moment de la Révolution française, alors que la rage de tout détruire s'étendit même aux calendriers et aux divisions de la circonférence. Mais cette nouveauté n'a été adoptée nulle part et en France elle fut rejetée, l'évidence de ses inconvénients étant reconnue. »

Fuss, impitoyable dans son jugement, ne pouvait prévoir que soixante-dix ans plus tard, non seulement les mathématiciens russes, mais encore ceux de l'univers entier, s'intéresseraient vivement à ces premiers efforts de Lobatchevsky sur l'interprétation à donner à la géométrie.

Malheureusement, ce curieux manuscrit a été perdu. On voit, par les lettres de Fuss, que Lobatchevsky a exposé dans son manuel des idées originales sur la théorie des parallèles, mais l'existence de ce manuel montre que ses études géométriques ont commencé avant 1823. Il est probable que c'est peu de temps après avoir présenté son manuel de géométrie qui eut un succès si pitoyable, que Lobatchevsky acheva son système de géométrie ; il attendit pour le publier une époque plus favorable.

Il semble que ce n'est pas seulement à un hasard que l'on doit de voir, le 8 février 1826, le général-major Jeltouchine arriver à Kazan pour « renouveler l'Université », tombée en complet désarroi sous l'influence de Magnitsky, et, trois jours après, le 11 février 1826, la section physico-mathématique examiner le nouvel ouvrage de Lobatchevsky : *Exposition suc-*

cincte des principes de la géométrie avec une démonstration rigoureuse du théorème des parallèles (sic). »

La visite de Jeltouchine eut pour conséquence la démission immédiate de Magnitsky.

C'est alors que commença pour l'Université de Kazan une ère nouvelle et plus lumineuse, où se fit sentir le besoin d'hommes dévoués à la science et à l'Université.

La confiance que Lobatchevsky inspirait à ses collègues le fit choisir comme recteur. A partir du 3 mai 1827, il occupa pendant dix-neuf ans la première place à l'Université de Kazan, la servant avec un dévouement absolu et une énergie infatigable.

Recteur à trente-trois ans, Lobatchevsky profite de la première occasion favorable pour exprimer ouvertement ses opinions sur l'éducation de la jeunesse et sur le but de l'Université, opinion directement opposée à celles qui y régnaient quelques années auparavant. Dans la séance solennelle du 5 juillet 1828, il prononça son remarquable discours sur les points les plus importants de l'éducation, et c'est sur ce discours que je demande la permission d'attirer maintenant l'attention. Il commence par indiquer l'importance de l'éducation : « Imaginez dans quelle situation se trouverait un individu, séparé de la société, abandonné à ses instincts, luttant contre la nature sauvage qui l'entoure. Reportez vos pensées, ensuite, sur un homme qui, au sein d'une société organisée, au milieu de ses concitoyens élevés dans les derniers siècles de la civilisation, devient, par son savoir, l'honneur et la gloire de sa patrie. Quelle différence! Quelle distance infinie entre ces deux hommes! Cette différence est le résultat de l'éducation. Elle commence au berceau, s'acquiert, tout d'abord, par l'imitation seule; peu à peu l'esprit, la mémoire, l'imagination, l'amour du beau se développent. Puis, l'amour-propre, l'amour du prochain, la passion de la gloire, le sentiment de l'honneur, le désir de jouir de la vie s'éveillent en lui. Toutes les facultés de l'esprit, tous les talents, toutes les passions se perfectionnent par l'éducation, qui les fond en un tout harmonieux, et l'homme, semblant naître une seconde fois, nous paraît réaliser l'idéal de la perfection.

» Toutefois, l'éducation ne doit pas tendre à étouffer ni à détruire complètement les passions de l'homme ni les aspirations qui lui sont particulières. Tout ce qui est en lui doit rester en lui, sans cela nous défigurerons sa nature, nous la violenterons et nous entraverons son bien-être. On entend très souvent récriminer contre les passions; or, comme l'a si justement dit Mably, plus les passions sont fortes, plus elles sont utiles à la société; ce n'est que leur direction qui peut être nuisible.

» Cependant, la culture de l'esprit ne constitue pas seule l'éducation.

» L'homme qui enrichit son esprit par la science doit encore apprendre à jouir de la vie... Je veux parler de l'éducation du goût. Vivre, c'est sentir, jouir de la vie, éprouver continuellement quelque sensation nouvelle qui doit nous rappeler que nous vivons... Rien ne resserre le cours de la vie comme l'ignorance; elle nous mène par un chemin tout droit et monotone du berceau à la tombe. Dans les classes inférieures de la société, le labeur exténuant imposé par la nécessité, alternant avec le repos, suffit à l'esprit du cultivateur, de l'ouvrier; mais vous, dont l'existence, par un hasard injuste, est devenue une charge pour les autres, vous, qui avez l'esprit triste et les sentiments éteints, vous ne jouissez pas de la vie. Pour vous la nature est morte, les beautés de la poésie vous sont étrangères, l'architecture n'a pour vous ni charme ni magnificence, l'histoire des siècles ne vous offre aucun intérêt.

» Je me console à l'idée qu'il ne sortira jamais de tels produits de la culture de notre Université, qu'ils n'y entreront même pas. Ils n'y entreront pas, je le répète, parce que parmi nous règne l'amour de la gloire, le sentiment de l'honneur et de la dignité personnelle.

» Il semble que la nature, qui a doté si généreusement l'homme à sa naissance, ne s'est pas encore trouvée satisfaite, qu'elle a inspiré à chacun le désir de surpasser les autres, de s'illustrer, d'être un objet d'admiration, de devenir célèbre, lui imposant ainsi le devoir de se perfectionner.

» L'esprit, avec une activité continuelle, aspire aux honneurs, à sa propre élévation ; toute la race humaine marche d'un perfectionnement à l'autre. Où s'arrêtera-t-elle?

» Goûtons donc toutes les jouissances de la vie compatibles avec notre dignité. Que les exemples de l'histoire, la juste notion de l'honneur, l'amour de la patrie, éveillés dans les jeunes années donnent de bonne heure une noble direction à nos passions et nous inspirent cette force qui nous permettra de triompher de la mort ! »

En parlant de la moralité comme de l'un des objets les plus importants de l'éducation, Lobatchevsky insiste surtout sur l'amour du prochain.

« Duclos, La Rochefoucauld, Knigge ont expliqué comment l'amour-propre était l'impulsion latente de tous les actes de l'homme dans la société. Moi, je demande qui a jamais pu enseigner complètement quels sont les devoirs qui dérivent de l'amour du prochain [1]? »

Tout ce discours, dont je viens de citer quelques passages, est imprégné, comme vous le voyez, d'un profond idéalisme, d'un grand amour pour l'Université, de respect pour la nature, pour la raison et la dignité humaines.

Ces belles paroles n'étaient pas démenties par les exemples de sa vie, consacrée tout entière au développement de la science et aux progrès de sa chère Université.

Il se distingua surtout, dans ses recherches sur la géométrie, dont nous avons déjà signalé l'importance, non seulement pour les mathématiques, mais encore pour la philosophie naturelle. Toutefois, notre grand savant ne fut pas exclusivement un géomètre, tel que Steiner ou von Staudt,

(1) Dans ma brochure citée plus haut, *Bronner et Lobatchevsky*, j'ai exprimé, comme hypothèse, l'idée que Lobatchevsky était redevable, en ce qui concerne ses opinions morales et philosophiques, à son maître Bronner.

et ses travaux sur l'algèbre et l'analyse présentent aussi un intérêt considérable.

Nous avons dit plus haut que Lobatchevsky avait étudié, sous la direction de Bartels, le célèbre ouvrage de Gauss : *Disquisitiones arithmeticæ.* Dans cet ouvrage, Gauss donne comme couronnement à ses travaux sur la théorie des nombres une de leurs plus remarquables applications.

Les anciens géomètres ont indiqué comment on construit les côtés d'un triangle régulier, d'un hexagone, d'un décagone, à l'aide du compas et de la règle. Gauss montra qu'il existe un nombre infini d'autres polygones réguliers qui peuvent être construits de la même manière.

Le premier travail que Lobatchevsky présenta à la division physico-mathématique en 1813 : *Sur la solution de l'équation algebrique* $X^n - 1 = 0$, se rapportait, en effet, à cette question. Plus tard, il y revint encore dans son mémoire : *Abaissement du degré d'une équation à deux termes, lorsque l'exposant, diminué d'une unité, est divisible par huit,* et apporta ainsi un complément important à la théorie de Gauss.

Vers 1820, Lobatchevsky entreprit, paraît-il, d'écrire un manuel d'algèbre pour les lycées. Quelque temps après, il termina cet ouvrage, qui devait être, dans sa pensée, à la fois un guide pour les professeurs et un manuel pour les étudiants.

Ce livre fut publié en 1834, sous le titre : *Algèbre ou Calcul des nombres finis,* et se distingue parmi des traités contemporains d'algèbre, publiés non seulement en Russie, mais aussi à l'étranger, par l'exposition systématique et la rigoureuse interprétation des principes fondamentaux. « Les premières notions dans toutes les branches des sciences mathématiques, écrit-il dans sa préface, s'acquièrent facilement, mais sont toujours sujettes à erreurs. Nous sommes obligés quelquefois de revenir en arrière, en mettant toute notre attention à les éviter. »

D'après l'opinion de Lobatchevsky, « c'est avec l'étude de l'algèbre que commencent à apparaître toute l'exactitude des données, toute la profondeur des aperçus que l'on peut trouver dans les sciences mathématiques, tandis que l'arithmétique n'est qu'une introduction et sert d'exercice préparatoire. »

C'est pourquoi il commence son algèbre par les premières notions de l'arithmétique, par les lois fondamentales de ses opérations, et donne une interprétation systématique des principes des mathématiques pures, se montrant le digne précurseur du grand mathématicien et systématicien de notre époque, du savant allemand Weierstrass.

Le caractère de l'algèbre de Lobatchevsky est de constituer une algèbre complète; c'est ainsi qu'il y a introduit l'étude des fonctions trigonométriques, en leur donnant une définition purement analytique; sous ce rapport, son manuel est supérieur même aux ouvrages classiques d'Euler : *Introductio in Analysin infinitorum,* et de Cauchy : *Analyse algébrique.* Lobatchevsky y expose, entre autres choses, sa manière particulière de reconnaître la convergence et la divergence des séries infinies. Il eut plus tard à revenir sur cette question dans plusieurs mémoires :

1° *De la convergence des séries trigonométriques* (*Nouvelles scientifiques* de l'Université impériale de Kazan, 1834);

2° *Méthode pour reconnaître la divergence des séries infinies et pour déterminer la valeur des fonctions de trois grands nombres* (*Notes scientifiques* de l'Université de Kazan, 1835);

3° *Ueber die Convergenz der unendlichen Reihen* (Kazan, 1841).

Déjà, dans le premier de ces mémoires, Lobatchevsky traite le problème fondamental du calcul différentiel, des relations entre la continuité et la différentiation, devançant ainsi, comme dans la question sur les principes de la géométrie, ses contemporains d'un demi-siècle.

Les mathématiciens du XVIII^{e} siècle n'ont pas touché à la question des relations entre la continuité et la différentiation, présumant que toute fonction continue est, *eo ipso*, une fonction ayant une dérivée. Ampère essaya de le démontrer, mais sa démonstration ne fut pas suffisamment probante.

Cette question du rapport entre la continuité et la différentiation attira de nouveau l'attention en 1870, lorsque Weierstrass donna l'exemple d'une fonction continue dans un certain intervalle, mais n'ayant pas dans cet intervalle de dérivée définie (c'est-à-dire ne pouvant être différentiée). Or, Lobatchevsky avait insisté déjà en 1830 sur la nécessité de distinguer la progression (ce terme étant employé avec le sens du mot *continuité,* qui l'a remplacé aujourd'hui) et la continuité (la différentiation) des fonctions.

Il formula très nettement cette différence dans sa méthode pour reconnaître la convergence... « La fonction est progressive quand son accroissement tend vers zéro en même temps que l'accroissement de la variable X. Elle est continue lorsque le rapport de ces deux accroissements, quand ils décroissent, conduit à une nouvelle fonction qui sera, par conséquent, un « coefficient différentiel ». Les intégrales doivent toujours être prises dans des intervalles tels que les éléments sous chaque signe d'intégration conservent leur gradualité et leur continuité. »

Lobatchevsky entre dans plus de détails sur cette question dans sa notice *Sur la convergence des séries trigonométriques*, qui renferme une discussion générale des fonctions d'un très grand intérêt.

« Il semble, écrit-il, qu'on ne peut douter de la véracité de tout ce qui est susceptible d'être traduit par des chiffres, et que toute relation et toute variation se produisant ici-bas doivent pouvoir s'exprimer par une fonction analytique. Or, la théorie n'admet généralement l'existence des relations qu'en tant qu'on considère les nombres unis entre eux comme des données uniques. Lagrange, dans son calcul des fonctions, par lequel il a cherché à remplacer le calcul différentiel, en voulant mettre une rigueur expressive dans son raisonnement, a trouvé dans cette rigueur même une entrave qui a limité ses efforts. »

Je ne rappellerai pas les autres ouvrages de Lobatchevsky sur la théorie des probabilités et sur la mécanique. Toutes ses œuvres témoignent de son habileté remarquable pour le calcul et montrent que son génie mathématique pénétrait jusqu'au fond des questions les plus subtiles de l'analyse. Son amour pour l'étude ne s'arrêtait pas seulement aux mathématiques, « ce triomphe de l'esprit humain, » il s'étendait à toutes les branches de la science. La botanique, la chimie, l'anatomie l'intéressaient également et lui étaient familières; cependant, il aimait par-dessus tout les sciences expérimentales.

Ce n'est pas en vain que Lobatchevsky, dans ce passage de son discours que nous avons cité plus haut, parle avec un tel enthousiasme de l'importance de l'expérience.

Nous le trouvons, par exemple, prenant une part active aux observations faites sur la température du sol. Dans ce but, on fit construire dans la cour de l'Université un puits au fond duquel, à une profondeur d'environ 31 mètres (15 sagènes), on plaça près de vingt thermomètres. Entre 1833-34, le nombre de ces observations était de trois mille six cent cinquante. Elles furent interrompues en 1835, à cause du dégagement considérable d'acide carbonique qui se produisit dans le puits; mais, en 1851, Lobatchevsky recommença ses investigations et porta surtout son attention sur l'étude de la température du *stratum* végétal. Pour les mesures de température, dont l'importance pour l'agriculture ne commence à être reconnue que de nos jours, il invente lui-même un thermomètre métallique d'une construction particulière.

Lobatchevsky éprouvait le même intérêt scientifique pour l'astronomie.

Le 26 juillet 1842, on pouvait voir dans une partie de la Russie une éclipse totale de soleil. Lobatchevsky se joignit à l'expédition de Penza, envoyée par l'Université de Kazan, et qui se composait de l'observateur astronome Liapounof et du physicien Knorr. Il publia à son retour un rapport des plus détaillés, qui contenait, entre autres choses, des renseignements sur le phénomène merveilleux de la couronne solaire (phénomène qui ne peut être observé que pendant les éclipses de soleil), ainsi que des critiques et des interprétations de diverses théories relatives à cette question. Lobatchevsky ne croit pas à l'explication du phénomène par la présence d'une atmosphère solaire, ni à celle qui la trouve dans la courbure des rayons à la surface de la lune. En parlant de cette dernière, Lobatchevsky exposait son opinion sur la théorie de la lumière. « Le système des ondulations, dit-il, ne peut pas être appelé une théorie; il ne doit être regardé que comme l'expression même des phénomènes que l'on veut démontrer. La véritable théorie doit être contenue dans un seul et unique principe, d'où les phénomènes résultent comme condition nécessaire et avec leurs différentes variétés. Parler des vibrations, c'est raisonner sur une chose qui, en somme, n'existe pas, de même que nous considérons des lignes et des surfaces, tandis que dans la nature on ne constate que des corps. »

Non satisfait de la théorie des ondulations, Lobatchevsky exprima l'idée qu'il serait possible de la combiner avec celle de l'émission, en admettant que les particules lumineuses reçoivent à leur origine un mouvement de translation aussi bien que de vibration.

Le premier serait alors la cause de la lumière et de la chaleur, le dernier expliquerait les phénomènes de la polarisation. On peut, d'après lui, s'en tenir à la théorie de l'émission de Newton, en y ajoutant que la résistance que l'éther rencontre sur son chemin serait la cause des ondulations, comme l'eau d'une rivière qui trouve une digue s'élève en vagues, se divise, en laissant un espace libre, en deux courants qui se réunissent bientôt; ou bien, comme l'air qui, venant se heurter à un obstacle, entre en vibration (ici ces vibrations produisent quelquefois le son), se partage en deux courants séparés par un vide, puis le courant primitif reprend son cours. L'eau passée par-dessus la digue, de même que le vide laissé par l'air, correspondent à l'ombre projetée par les corps opaques; la tendance de l'eau ou de l'air à couler ensemble de deux côtés différents nous est représentée par la déviation de la lumière vers le milieu de l'ombre. »

Revenant sur le phénomène de la couronne solaire, Lobatchevsky admet qu'au contact de la lumière, la surface de notre atmosphère devient elle-même lumineuse, et que nous voyons dans l'anneau qui entoure la lune la lumière provenant des régions supérieures de l'air. « C'est ainsi que notre mince enveloppe terrestre doit paraître briller d'un vif éclat aux habitants des autres planètes aussi bien qu'à ceux qui habiteraient la lune. »

La variété des travaux de Lobatchevsky doit nous étonner d'autant plus que l'activité déployée par lui en tant que professeur et recteur de l'Université pouvait absorber, à elle seule, tout son temps.

Vers 1820, il ne restait plus à l'Université de Kazan aucun des anciens professeurs allemands de Lobatchevsky.

L'année 1816 avait vu le départ de Littrof et la mort de Renner. Un an après Bronner, ayant pris un congé de six mois, partait pour la Suisse et ne revenait plus à Kazan.

En 1820, Bartels échangeait sa chaire de Kazan pour celle de professeur à Dorpat. A la faculté (section physico-mathématique), primitivement si riche en hommes de science, il ne restait que Lobatchevsky, Simonof et Nikolsky.

Le second d'entre eux entreprit bientôt un voyage autour du monde avec Bellingshausen, et Nikolsky s'adonna tout entier à la reconstruction de l'Université. Tout le poids de l'enseignement retomba sur Lobatchevsky, qui professa les mathématiques pures, la physique et l'astronomie (1).

(1) Je vais donner, à titre d'exemple, quelques fragments de la distribution des cours et des objets d'enseignement à l'Université impériale de Kazan.

Depuis le 17 août 1824 jusqu'au 28 juin 1825, Nicolas Lobatchevsky, doyen de

Au retour du voyage autour du monde de Simonof, Lobatchevsky n'enseigna plus l'astronomie ; il s'occupa des cours de mécanique et de physique mathématique. Ce n'est que vers 1840, lorsque la (section) faculté physico-mathématique s'assura le concours de Knorr, comme professeur de mécanique, et du très regretté Kotelnikof, que beaucoup d'entre nous se rappellent encore que Lobatchevsky put s'en tenir à l'enseignement exclusif des mathématiques pures ([1]).

Ne se contentant pas de ses cours officiels, Labatchevsky fit plus d'une fois des cours de physique publics. Dans un de ces cours, il traita la théorie de la décomposition chimique et la

---

la section physico-mathématique, professeur ordinaire de mathématiques pures, enseigna :

a) Sur les mathématiques :

Aux étudiants de la première division : Les propriétés des nombres entiers. Les exposants imaginaires. Les racines des équations. Les principes de la géométrie. La trigonométrie plane et sphérique, d'après ses propres notes.

Aux étudiants de la deuxième division : La géométrie analytique. Le calcul des différences. Les principes du calcul différentiel, d'après le manuel de Lacroix.

Aux étudiants de la troisième division : Le calcul intégral et le calcul des variations, d'après Lacroix, et l'application de l'analyse à la géométrie, d'après Monge.

b) Sur la physique :

Aux étudiants de la première division : Les principes de la physique. La manière de raisonner dans cette science. Les forces d'attaction et de répulsion. Les notions sur les propriétés physiques des corps. La dilatation des corps par la chaleur. La résistance des corps et l'évaporation des liquides.

Aux étudiants de la deuxième et de la troisième division : L'électricité. Le magnétisme. L'optique. La chaleur, en se servant du *Traité complet de Physique* de Biot et de quelques autres savants.

c) Sur l'astronomie :

Aux étudiants de la troisième division : L'astronomie sphérique et théorique, d'après les ouvrages de Delambre.

En 1826-1827 il professa, outre ses cours sur les mathématiques pures, la statique et la mécanique des corps solides et liquides d'après Lagrange et Poisson, ainsi que la physique mathématique d'après Fournier, Laplace, Poisson et Fresnel.

([1]) En 1833/4 Lobatchevsky, se servant des œuvres de Lagrange et de Lacroix, enseigna : aux étudiants de deuxième année, l'intégration des fonctions, aux étudiants de troisième année, l'intégration des équations à une seule variable et aux étudiants de quatrième année, l'intégration des équations aux dérivées partielles ainsi que le calcul des variations. Il fit ces cours jusqu'à la fin de son professorat.

synthèse des corps à l'aide de l'électricité, et il fit en même temps des expériences.

Pour les classes ouvrières, il organisa en 1839-1840 un cours spécial de physique sous le nom de : « Physique populaire. »

Le professeur A. Popof, un de ses élèves les plus distingués et son successeur, a laissé des mémoires sur la manière d'enseigner de Lobatchevsky. D'après ces mémoires, Lobatchevsky savait être devant son auditoire très profond ou très enthousiaste, suivant le sujet qu'il avait à traiter.

En général, son langage différait complètement de son style. Tandis que dans ses écrits il est concis, et même souvent peu clair, dans ses leçons il se préoccupait surtout de la clarté de l'exposition. Toutefois, il aimait mieux enseigner ses propres idées que d'interpréter d'autres auteurs et laissait à ses auditeurs la liberté de se pénétrer eux-mêmes des détails de la littérature scientifique. Ses cours de physique publics attirèrent beaucoup de monde; quant à ceux qui étaient faits devant un auditoire choisi et dans lesquels Lobatchevsky expliqua ses « nouveaux principes de géométrie », on peut les appeler, avec raison, des cours « supérieurs ».

Nous pouvons juger de la conscience avec laquelle Lobatchevsky a rempli jusqu'à la fin ses différentes fonctions par sa critique imprimée, très complète et remplie de déductions personnelles, sur la thèse de doctorat de A. T. Popof: *De l'intégration des équations différentielles de l'hydrodynamique réduites à la forme linéaire,* Kazan, 1845.

Lobatchevsky attachait une telle importance à la publication des critiques sur les thèses qu'en sa qualité d'inspecteur de l'enseignement du district de Kazan, il exprima au ministre de l'instruction publique son avis que toute thèse de doctorat devait être accompagnée d'une critique détaillée. Bien qu'on l'eût laissé libre d'agir à sa guise, il préféra avoir, relativement à cette question, l'opinion du Conseil de l'Université de Kazan.

Le Conseil ne ratifia pas la proposition de Lobatchevsky, trouvant « que les critiques imprimées exposées au jugement du public, sans qu'il les eût demandées, devaient entraîner une sévérité plus grande, pouvant en beaucoup de cas nuire aux candidats; qu'elles ne devaient donc pas être considérées comme indispensables et qu'il fallait laisser la liberté aux professeurs qui les avaient écrites, de les faire ou non imprimer ».

Dans sa réponse, Lobatchevsky écrivit que « tout auteur est sujet à être jugé par le public, pour toutes les œuvres qu'il a publiées. Par suite, si la raison donnée par le Conseil était suffisante, on pourrait en déduire que MM. les Professeurs avaient l'intention de ne jamais faire imprimer leurs ouvrages ». Toutefois, ces idées n'ayant pas trouvé d'écho parmi les membres du Conseil, Lobatchevsky s'en tint à la proposition suivante : « Exposer, chaque fois, en détail, les causes pour lesquelles on s'abstient de faire imprimer la critique complète de la thèse. »

Étant habitué à remplir rigoureusement ses fonctions, comme il est facile de s'en convaincre par ce que nous venons de citer, et désirant trouver ce même sentiment chez les autres, Lobatchevsky apporta à l'accomplissement de ses devoirs de recteur toute l'énergie qui le caractérisait; son ardeur au travail était d'autant plus nécessaire qu'il dut, en vertu de cette fonction, travailler comme il a été dit à la réorganisation de l'Université et surveiller la construction de quelques-uns de ses bâtiments (du laboratoire de physique, de la bibliothèque, de la salle de dissection et de l'observatoire).

Administrateur infatigable, entrant dans tous les détails de la vie économique de l'Université, étudiant l'architecture pour pouvoir contrôler la construction des bâtiments, Lobatchevsky s'intéressa tout particulièrement aux sources et aux produits du mouvement intellectuel de l'Université : à sa bibliothèque et à ses journaux.

La bibliothèque se trouvait dans un état de confusion absolue lorsque Lobatchevsky (8 octobre 1825) prit, à son compte, les fonctions de bibliothécaire. Trois ans de travail énergique et assidu remirent la bibliothèque dans un ordre parfait; on en fit l'inventaire, on publia des catalogues, on fit la liste des ouvrages manquants. Lobatchevsky aimait tellement sa bibliothèque, qu'en devenant recteur il conserva sa fonction de bibliothécaire, et ce n'est qu'en 1835 qu'il la transmit à un autre.

L'Université de Kazan avait eu avant 1812 son journal, qui s'appela, tout d'abord, *Nouvelles de Kazan,* et plus tard, *Courrier de Kazan.* Toutefois, ce journal n'avait pas un caractère essentiellement scientifique; les articles de science se perdaient au milieu des traductions, des articles littéraires, et étaient mêlés aux nouvelles politiques et aux communications officielles. Sous l'influence de Lobatchevsky ce journal fut remplacé en 1834 par les *Notes scientifiques.*

Les considérations qui amenèrent Lobatchewsky à faire cette transformation, sont exposées dans la préface du premier cahier du journal.

Il débute par l'importance de l'imprimerie, « cette seconde faculté du langage grâce à laquelle la pensée née un soir dans l'esprit d'un homme est répétée le lendemain à des milliers d'exemplaires qui la répandent aux quatre coins du globe. » Tel un point lumineux envoie instantanément ses rayons dans les espaces lointains, telle l'étincelle du cerveau humain, semblable à la lumière du jour, se propage en éclairant. Aussi les hommes dévoués à la science ne peuvent-ils résister au désir de faire imprimer leurs découvertes, leurs opinions et leurs idées sur toutes choses. Toutefois, de même que dans tout État civilisé il y a deux sortes d'instruction : l'une générale et que l'on pourrait appeler populaire, l'autre appartenant au monde savant, de même les feuilles périodiques doivent être de deux sortes.

« Les unes doivent être variées dans leur composition, comme toute instruction publique, intéresser par leur nouveauté et charmer en mettant en relief la vie réelle, en reproduisant fidèlement les passions et les sentiments. Les écoles supérieures, les académies et les universités ne peuvent les publier. Elles doivent s'imposer un autre devoir : celui de la publication d'un journal purement scientifique. »

Les *Notes scientifiques* ont réalisé depuis leur fondation ce type de journal. Le premier article du premier livre, intitulé : « Abaissement du degré d'une équation à deux termes lorsque l'exposant, diminué d'une unité, est divisible par huit, » est dû à Lobatchevsky.

Lobatchevsky trouva une détente pour son esprit et un repos de l'infatigable activité dépensée par le savant, le professeur et le recteur, dans son amour pour la nature, dans ses humbles occupations de cultivateur campagnard.

A soixante lieues environ de Kazan, en aval du Volga, est situé un petit village, Bielovoljskaia Slobodka, qui a appartenu à Lobatchevsky ; il y créa un beau jardin, et on y voit encore un bois de noyers qu'il a planté.

D'après une touchante tradition, conservée dans sa famille, Lobatchevsky aurait dit avec tristesse, en plantant ces arbres : « Je n'en verrai jamais les fruits. » Sa prophétie se réalisa. En effet, leur première récolte fut faite seulement après sa mort.

Mais même en horticulture et en agriculture, son esprit investigateur chercha à introduire quelque chose de neuf, à rompre avec la routine en usage à cette époque. C'est ainsi qu'il fit construire dans son domaine un moulin à eau, qu'il inventa une façon particulière de souder les pierres composant les meules, et qu'il fit venir du guano pour fumer ses terres. Il s'appliqua surtout à l'horticulture et à l'élevage des moutons, et dans ce but il acheta des moutons mérinos avec le produit de l'argent obtenu par la vente d'une bague de diamant, don de l'empereur Nicolas Ier. Il obtint aussi, pour le perfectionnement apporté dans la manière de travailler la laine, une médaille d'argent de la Société impériale d'Agriculture de Moscou.

Ne se bornant pas à l'application à l'agriculture des données scientifiques, Lobatchevsky chercha à entraîner les autres propriétaires de Kazan, et devint un des membres les plus actifs de la Société Économique impériale de Kazan, fondée en 1839, occupant pendant près de quinze ans la fonction de président d'une de ses divisions.

Le sérieux qu'il apportait dans ses nombreux devoirs le rendit taciturne et renfermé en lui-même ; il paraissait morne et sévère comme le deviennent ordinairement les passionnés qui, en raison de la fougue et de l'ardeur de leur jeunesse, ressentent plus fortement les orages de la vie. Et, nous le savons, il y a eu dans la vie de Lobatchevsky bien des orages capables d'influer sur son caractère. Toutefois, sous des dehors sévères, presque rudes, se cachaient un amour vrai du prochain, un cœur tendre, une profonde sympathie pour toutes les aspirations élevées et des sentiments tout paternels pour les jeunes hommes bien doués.

Un jeune employé qui lisait derrière son comptoir un livre de mathématiques attira son attention; il le fit entrer au lycée, puis à l'Université, et le jeune employé devint, après quelques années, le célèbre professeur de l'Université de Kazan, Boltsani.

Le fils d'un pauvre prêtre, venu à pied de la Sibérie, entra, avec le concours de Lobatchevsky, à la Faculté de médecine; étant arrivé à une haute situation, et pour lui prouver sa reconnaissance, il légua à l'Université de Lobatchevsky sa précieuse bibliothèque.

Plus d'une fois Lobatchevsky, recteur, préserva les étudiants des suites de leurs entraînements, et ceux de notre époque vénèrent encore sa mémoire.

Les qualités supérieures de son esprit et de son âme lui attirèrent pendant sa vie la considération générale tant dans l'Université que dans notre ville.

Ce tribut s'adressait autant à Lobatchevsky recteur qu'à Lobatchevsky suppléant de l'inspecteur de l'enseignement, à « Bélisaire », comme on l'appelait lorsqu'il assistait aux examens de l'Université.

Cependant, cette estime s'arrêtant à l'homme, au professeur et à l'administrateur, ne pouvait satisfaire complètement le savant conscient d'avoir doté la science de principes nouveaux.

A ce point de vue, Lobatchevsky rencontre, comme nous l'avons dit, soit de l'indifférence [1], soit une ironie grossière et blessante dont est pleine la critique qui se trouve dans un des journaux de Saint-Pétersbourg (*Fils de la Patrie,* 1834).

Même parmi ses élèves, aucun ne développa ses idées et ne fut leur défenseur convaincu. La consolation de Lobatchevsky fut l'approbation de Gauss, qui, seul, lui rendit justice, et avec qui il était en correspondance; et, du reste, « les exemples de l'histoire » nous apprennent que les hommes placés trop au-dessus de leurs contemporains ne sont récompensés par la postérité qu'après leur mort.

Quarante ans à peine se sont écoulés depuis la mort de Lobatchevsky, et cette récompense lui est enfin échue.

La satisfaction suprême pour un penseur d'assister au développement de ses idées, de voir des travaux se poursuivre dans la voie qu'il a ouverte à la science, cette satisfaction, Lobatchevsky l'attendit en vain pendant sa vie.

Cette impulsion se fait sentir maintenant dans la patrie de Lobatchevsky aussi bien que dans les contrées civilisées de l'Europe : en Angleterre, en France, en Allemagne, en Italie, dans l'Espagne, à peine réveillée de son sommeil intellectuel, et au milieu des forêts vierges du Texas.

Elle a commencé en 1866, lorsque le mathématicien français Hoüel, mort aujourd'hui, mais dont nous devons rappeler le nom avec reconnaissance, publia la traduction française du livre de Lobatchevsky, écrit en allemand [2] : *Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien,* en y ajoutant des fragments de la correspondance de Gauss et de

---

[1] Dans son travail sur les parallèles, l'académicien V. Bouniakowski ne cite pas, en 1853, les travaux de Lobatchevsky.

[2] *Études geométriques sur la théorie des parallèles, etc.*

Schumacher; il consacra, de plus, un ouvrage spécial au développement des idées de Lobatchevsky (1).

En 1867 parut l'étude de Riemann, qui montrait la possibilité d'une géométrie d'un espace sphérique, d'une géométrie ne renfermant pas cet axiome : « Deux lignes droites ne peuvent contenir un espace (2). »

Les observations d'optique physiologique amenèrent Helmholtz, vers cette même époque, à s'occuper de la question des principes géométriques (3).

D'autre part, les recherches d'un savant mathématicien italien, Eugenio Beltrami, sur la théorie des surfaces courbes (4), recherches dans lesquelles il fut guidé par les principes exposés par Gauss dans son remarquable mémoire: *Disquisitiones generales circa superficies curvas,* l'engagèrent à étudier une forme particulière des surfaces « pseudo-sphériques », comme il les appela. Beltrami montra aussi l'identité de la géométrie de ces surfaces avec la géométrie plane de Lobatchevsky.

La combinaison de toutes ces études eut pour résultat ce fait qu'un espace mathématique homogène (c'est-à-dire permettant le mouvement du corps solide, invariable) à trois dimensions pouvait avoir trois formes différentes.

On attribue de plus en plus à l'une d'elles le nom de Lobatchevsky; les deux autres s'appellent l'espace d'Euclide et l'espace de Riemann.

---

(1) *Essai critique sur les principes fondamentaux de la géométrie,* 1867; seconde édition, 1886.

(2) *Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen.* La traduction russe de ce mémoire, faite par Sintrov, se trouve dans la collection des *Principes de Géométrie,* publiée par la Société physique et mathématique de l'Université impériale de Kazan, à l'occasion du centenaire de Lobatchevsky.

(3) *Ueber die Thatsachen, die der Geometrie zu Grunde liegen.* Traduction russe de Vassilief.

(4) *Saggio di interpretazione della geometria non euclidia.*

Theoria degli spazii di curvatura constante.

La traduction russe de ces mémoires, faite par Mée, se trouve dans cette même collection.

La théorie analytique de ces espaces les distingue d'après le signe d'une expression analogue à celle de la courbure d'une surface. Pour l'espace d'Euclide, cette expression — courbure de l'espace — est égale à zéro; pour l'espace de Lobatchevsky, elle est négative, et pour celui de Riemann, positive.

L'étude des propriétés des espaces de forme générale oonstitue la géométrie non euclidienne.

Il est d'une utilité absolue pour cette étude d'avoir recours à la considération d'un espace à quatre dimensions qui les renferme.

La géométrie à dimensions multiples peut donc être considérée comme la suite de la géométrie non euclidienne, qui, en élucidant bien des questions de la géométrie, fournit en même temps des ressources sans lesquelles il est impossible de résoudre un grand nombre de problèmes d'analyse (1).

Je mentionnerai encore les remarquables travaux de Poincaré sur la théorie des fonctions automorphes, et je rappellerai de quel secours a été la géométrie à dimensions multiples à Kronecker, dans le problème de la séparation des racines des systèmes d'équations.

L'idée de Lobatchevsky, comme cela a lieu pour toutes les idées géniales, conduit aux questions les plus complexes. D'une part, « l'espace physique de notre expérience » est-il véritablement celui d'Euclide, comme nous le supposons et comme le prouve notre expérience limitée?

Newcomb, Ball, Peirce et les autres, prenant modèle sur Lobatchevsky, se sont demandé jusqu'à quel point les observations astronomiques permettaient de résoudre le problème de la somme des angles d'un triangle, et, en suivant la voie qu'il a indiquée, ont trouvé la réponse à cette question dans la détermination des parallaxes des étoiles fixes.

---

(1) On trouve un exposé très clair des recherches sur les principes de la géométrie à dimensions multiples dans l'ouvrage du professeur Killing, paru dernièrement et dédié à notre Société physique et mathématique, *Einfuehrung in die Grundlagen der Geometrie.*

Voici ce que dit à ce propos le célèbre astronome irlandais Ball : « Les astronomes ont été souvent désagréablement surpris en obtenant comme résultat de leurs travaux une parallaxe négative. Il est certain que cela provient, en général, des erreurs inévitables dans ces observations si difficiles ; cependant, nous ne devons pas oublier que si l'espace avait vraiment une courbure, la parallaxe négative pourrait provenir d'observations d'une exactitude rigoureusement mathématique. »

Le savant américain Peirce va plus loin ; il pense avoir démontré, en se basant sur des recherches astronomiques, que notre espace est bien celui de Lobatchevsky.

Zœllner, au contraire, se fondant sur les phénomènes de l'obscurité du ciel et sur des recherches sur la pesanteur des masses dispersées dans des espaces de différents types, concluait que notre espace appartient au type des espaces de Riemann.

Beaucoup de savants ont cherché à démontrer les phénomènes physiques par l'hypothèse de la courbure de l'espace et en admettant un espace d'un plus grand nombre de dimensions (1).

Clifford, admirateur enthousiaste de Lobatchevsky, a été plus loin encore, et a émis l'hypothèse que le mouvement visible d'un objet n'est autre chose qu'une variation de la courbure de l'espace.

Voici sur quoi il fonde son intéressante hypothèse :

1° Les parties infinitésimales de l'espace sont, par leur nature, identiques aux montagnes et aux vallées d'une surface plane en général ; les lois usuelles de la géométrie ne peuvent leur être appliquées ;

---

(1) Mach, *Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit*. Prague, 1872. « Le manque d'une théorie satisfaisante de l'électricité provient peut-être de ce qu'on a essayé d'expliquer les phénomènes électriques par des variations moléculaires dans un espace à trois dimensions. »

Mach et Bresh se sont servis de l'hypothèse d'un espace à quatre dimensions pour l'explication des phénomènes chimiques (*Der Chemismus im Sichte mehrdimensionaler Raumanschauung*. Leipzig, 1882).

2° La faculté de se déformer et de se redresser passe d'une façon continue et comme une onde d'un endroit à un autre de cette surface;

3° C'est cette variation même de la courbure de l'espace qui constitue le phénomène appelé « mouvement de l'objet pondérable ou éthéré »;

4° Dans le domaine physique, rien d'autre ne se produit que la variation de la courbure de l'espace, assujetti lui-même (peut-être) à la loi de la continuité.

Telle est la spéculation hardie de Clifford.

Les spéculations analogues sur les propriétés de l'espace peuvent-elles réellement donner de nouvelles hypothèses pour expliquer les phénomènes du monde? C'est ce que nous dira l'avenir.

« Il est important, écrit Riemann, que le travail servant à démontrer les phénomènes qui se produisent en nous et autour de nous ne soit pas gêné par l'étroitesse des idées, et que nos progrès dans la connaissance des relations réciproques des choses ne soient pas entravés par les préjugés traditionnels. »

J'ajouterai, en outre, que non seulement Lobatchevsky (et cela est très caractéristique pour ses opinions philosophiques) ne parle jamais des propriétés de l'espace, mais qu'il affirme que l'espace pris séparément n'existe pas.

Lobatchevsky n'approuverait pas probablement les conclusions actuelles sur les propriétés de l'espace; pourtant, il reconnaîtrait, il me semble, le développement de ses idées et de ses opinions dans cette autre manière de poser la question de la géométrie que nous trouvons chez Cayley et Klein (1).

A en croire ces mathématiciens, le problème quelque peu métaphysique des propriétés de l'espace doit être remplacé par celui qu'ils nous donnent sur le moyen de mesurer les distances.

---

(1) F. Klein, *Ueber nicht euklidische Geometrie* (*Math. Ann.*, Bd IV et VI). A. Cayley, *Address as President of British Association, at Southport*, 1883.

Afin de nous en faire une idée, imaginons que nous mesu rons sur une ligne droite ABCDEF..... des distances absolument égales AB — 1 mètre, BC — $\frac{1}{2}$, CD — $\frac{1}{4}$, DE — $\frac{1}{8}$, etc., avec une mesure (diminuant par exemple sous l'influence d'un brusque changement de température) en passant de AB à BC de moitié, de BC à CD encore de moitié, etc...

Tous les segments paraîtront égaux à notre mesure, égaux à 1 mètre, et la distance de deux mètres égale à la somme d'une progression géométrique indéfinie $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots\ldots$ sera, subjectivement, égale à un nombre infini de mètres; la limite ne pourra jamais être atteinte par notre manière de mesurer. La circonférence décrite autour du point A avec un rayon égal à 2 mètres sera la circonférence limite de la géométrie de Lobatchevsky.

Le système des relations entre les distances et les angles est identique, comme l'ont montré Cayley et Klein, à celui qui constitue la géométrie de Lobatchevsky.

Mais, quel que soit l'aspect de la question que nous préférons, il est évident que les questions posées par notre immortel géomètre n'appartiennent pas seulement au domaine des mathématiques.

A leur solution doivent prendre part la physiologie des sens (en particulier la vue et le toucher) ainsi que la branche de la philosophie à laquelle on donne le nom de *théorie de la connaissance.*

Nos opinions sur la philosophie générale de la nature dépendent aussi de cette solution.

C'est en cela que se manifeste la grandeur des idées de Lobatchevsky.

Plus le choc d'un corps lourd sur une eau dormante est violent, plus se propage au loin le mouvement des ondes et plus est étendue la place qu'elles envahissent. Plus l'idée est générale, plus est considérable le nombre des branches de la science qui subissent son influence.

Le fait que les idées de Lobatchevsky intéresseront de plus en plus non seulement les mathématiciens, les astronomes, mais aussi les physiologistes et les philosophes, constitue la principale récompense de notre illustre penseur-géomètre.

L'autre récompense, c'est l'estime générale accordée à son nom et prouvée par le nombreux auditoire assemblé ici pour honorer sa mémoire, les discours que nous venons d'entendre, ainsi que la sympathie avec laquelle a été accueilli l'appel fait par notre Société physico-mathématique pour la fondation d'un prix auquel sera attaché le nom de Lobatchevsky.

Les dons sont arrivés presque de tous les points de l'Europe ; une part considérable nous vient de l'Amérique lointaine. L'une des institutions savantes les plus célèbres du globe, la Société Royale de Londres y a pris part et même un collège d'une petite ville allemande a voulu apporter son tribut et, non seulement les mathématiciens, mais aussi les philosophes ont partagé notre enthousiasme.

Grâce à ces dons, le « Prix Lobatchevsky » va être fondé et contribuera, en soutenant et en encourageant les jeunes mathématiciens, au développement de sa science préférée.

Toutefois, il est encore un autre devoir qui incombe à la société civilisée russe, et tout d'abord à celle de la ville où fut élevé, où enseigna, où pensa et agit Lobatchevsky.

Un monument commémoratif en face de sa chère Université n'est pas une récompense trop grande pour un homme qui consacra sa vie à développer la civilisation de sa patrie, pour un penseur qui a tout fait pour la gloire scientifique de la Russie et de l'Université de Kazan.

Puisse ce monument rappeler aux générations futures des étudiants et du corps enseignant de l'Université de Kazan la haute personnalité d'un professeur qui voua sa vie au bien de son Université, d'un professeur qui considéra que le but de l'Université devait être non seulement « d'ouvrir l'esprit à la lumière de la science, mais encore d'inculquer les vertus, d'inspirer le désir de la gloire, les sentiments de noblesse, de justice et d'honneur, et de cette honnêteté stricte et sacrée qui donne la force de résister à toutes les tentations et à tous les entraînements que le châtiment ne peut atteindre ».

Puisse cette physionomie d'un génial et puissant penseur, qui apporta une nouvelle lumière et qui introduisit les *Nouveaux Principes* dans une des branches les plus importantes de la science humaine, prouver à la Russie entière : « Que dans le domaine intellectuel nous ne pouvons ni ne devons reculer .»

Bordeaux. — Imp. G. Gounouilhou, rue Guiraude. 11.